Le problème de Robin

Mots clefs : Mathématiques appliquées, théorie spectrale des opérateurs autoadjoints, analyse asymptotique, géométrie différentielle.

L'opérateur de Robin est le Laplacien défini par une condition au bord dite “mixte“. Il s'agit d'un opérateur autoadjoint, et chercher son spectre revient à résoudre le problème aux valeurs propres

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda u & \text{sur } \Omega \\ \partial_n u - \alpha u = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases}$$

où $\alpha \in \mathbb{R}$ est le coefficient de Robin et Ω est un domaine de $\mathbb{R}^n$. Cet opérateur apparaît comme un linéarisé dans de nombreux problèmes de mathématiques appliquées : problème de réaction-diffusion, supraconductivité de surface, etc ... L'influence de la géométrie de Ω et du paramètre α sur le spectre de l'opérateur a été l'objet de plusieurs travaux récents. En particulier l'analyse asymptotique des valeurs propres lorsque $\alpha \to +\infty$ est un problème singulier qui permet de mieux comprendre l'influence de la géométrie de Ω (symétries, singularité du bord, courbure).

Les outils mis en jeux relèvent entre autre de la théorie spectrale des opérateurs autoadjoints, de l'analyse asymptotique, de la géométrie différentielle. L'objectif du stage est de comprendre l'origine physique du problème, de s'approprier ces techniques à travers les différents résultats existants. L'approche théorique pourra être complétée par une étude numérique du problème.

Bibliographie :

[1] M. Levitin, L. Parnovski : *On the principal eigenvalue of a Robin problem with a large parameter.* Math. Nachr. **281** (2008) 272–281.

[2] M. Reed and B. Simon. *Methods of modern mathematical physics. IV. Analysis of operators.*